



Développement de codes de simulations de FFAG spiral et de programmes d'automatisation de balayage de paramètres dans le cadre du projet RACCAM

J. Fourier

► To cite this version:

J. Fourier. Développement de codes de simulations de FFAG spiral et de programmes d'automatisation de balayage de paramètres dans le cadre du projet RACCAM. 2007, 34 p. in2p3-00198316

HAL Id: in2p3-00198316

<https://hal.in2p3.fr/in2p3-00198316>

Submitted on 17 Dec 2007

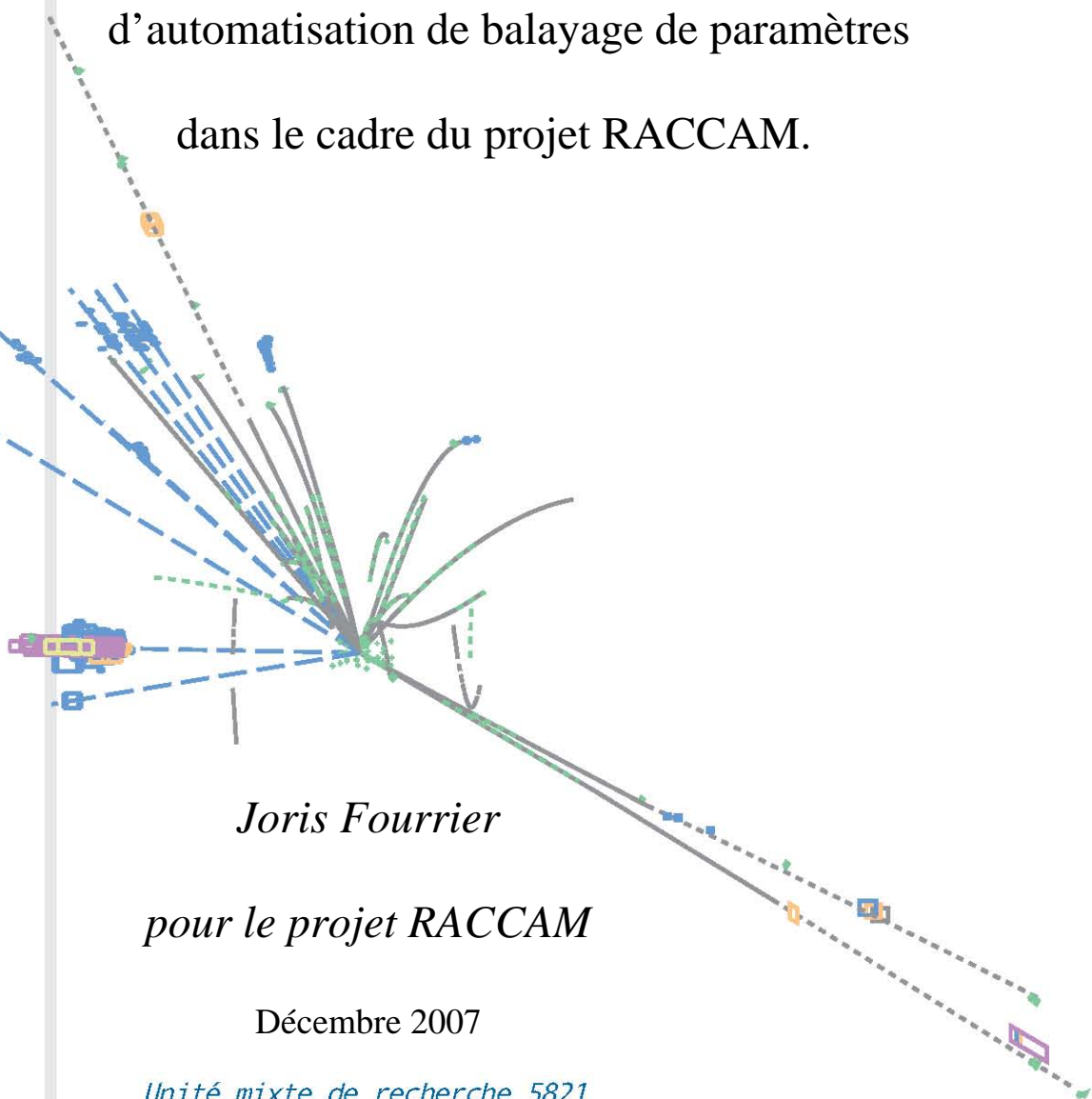
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RAPPORT INTERNE

LPSC 07-47

Développement de codes de simulations de
FFAG spiral et de programmes
d'automatisation de balayage de paramètres
dans le cadre du projet RACCAM.



Joris Fourier

pour le projet RACCAM

Décembre 2007

Table des matières.

INTRODUCTION.	3
I. Développement de procédures de simulations pour FFAG spiral.	4
1) Modélisation du champ magnétique.	4
2) Tombées de champ.	9
3) Calcul des dérivées du champ magnétique.	13
4) Conclusion.	15
II. Automatisation des recherches de paramètres dynamiques.	16
1) Recherche d'orbites fermées.	16
a) Détermination d'une trajectoire théorique.	
b) Tracking multitour.	
2) Calcul des nombres d'onde.	19
a) Méthode matricielle.	
b) Transformée de Fourier.	
3) Recherche des limites de stabilité.	21
a) Limite de stabilité horizontale.	
b) Limite de stabilité verticale.	
4) Balayage des paramètres (k, ξ) .	24
a) Introduction.	
b) Recherche des régions de stabilité, comparaison avec BeamOptics.	
c) Recherche des limites de stabilité.	
CONCLUSION.	33
BIBLIOGRAPHIE.	34

Introduction.

RACCAM [1,2] (Recherche en Accélérateurs et Applications Médicales) est un projet financé par l'agence nationale de la recherche pour trois ans regroupant trois organismes : un laboratoire de recherche publique : le LPSC (Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie), entité de l'IN2P3 / CNRS, un industriel : $\Sigma\Phi$ (Conception et Réalisation d'aimants pour accélérateurs de particules) et le centre hospitalier universitaire de Grenoble. Son but est de développer l'activité de recherche et développement dans le domaine des accélérateurs à champ fixe (FFAG) en France, de participer aux projets internationaux de recherche sur ces mêmes FFAG, tels l'usine à neutrinos [3] ou la construction d'EMMA [4] (modèle en électrons de FFAG) et d'étudier leur utilisation dans le domaine de la radiothérapie des cancers par faisceau de protons [5].

Dans ce cadre, la mise au point et la réalisation d'un prototype d'aimant FFAG est en cours. La technologie particulière d'un aimant à face spiralée a été choisie en raison de ses avantages en terme de dynamique faisceau et de compacité de la machine permettant ainsi d'en limiter le coût global.

La phase d'étude théorique précédant la construction de l'aimant est en cours d'achèvement, elle a essentiellement consistée dans la mise au point d'outils de simulation de dynamique de particules dans de tels aimants et à l'automatisation des simulations afin de pouvoir étudier de nombreuses configurations de paramètres et leurs conséquences sur la qualité de la dynamique.

Pour ce faire, nous avons eu recours au code de calcul matriciel BeamOptics [6] utilisant le logiciel de calcul formel Mathematica pour les études de paramètres du premier ordre, à savoir les tunes, les fonctions betatroniques et de dispersion, ainsi qu'au logiciel de simulation Zgoubi [7] afin d'effectuer les études de dynamique complète qui constituent la majeure partie du travail effectué.

Ce logiciel repose sur une technique d'intégration numérique des trajectoires des particules dans différents éléments d'optique modélisés tels que des dipôles, des quadripôles, des aimants de FFAG à secteur radial [8,9]. Il permet également la simulation de trajectoires dans des cartes de champs magnétiques créées par des codes de simulation 2D ou 3D comme TOSCA, qui donnent des distributions magnétiques issues de calculs éléments finis.

I. Développement de procédures de simulations pour FFAG spiral.

1) Modélisation du champ magnétique.

Afin de simuler les trajectoires de particules dans un aimant FFAG spiral, une procédure permettant de calculer la composante verticale du champ magnétique $B_z(r, \theta)$ et ses dérivées dans le plan médian a été mise au point. Cette méthode a été basée sur une procédure existante concernant les FFAG à secteur radial [9].

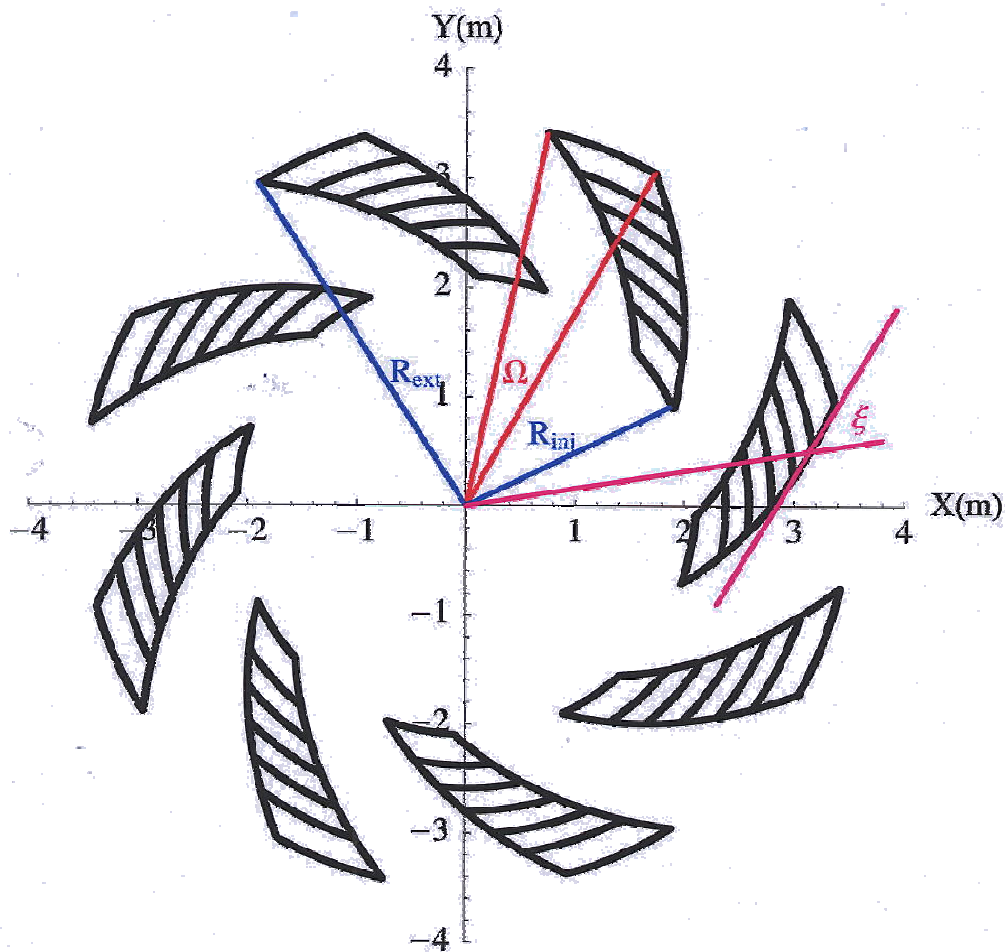


Fig. 1 : Schéma de principe d'un anneau FFAG à secteur spiral à 8 cellules.

En se basant sur les modèles de champ magnétique d'aimant FFAG spiral de l'institut MURA [10] :

$$B_z(r, \theta) = B_{z0} \left(\frac{r}{R_0} \right)^k \left[1 + f \sin \left(\frac{\ln \left(\frac{r}{R_0} \right)}{w} \right) - N\theta \right] \quad (1.1)$$

où :

- R_0 est le rayon de référence, pris comme l'excursion radiale de la particule au centre de l'aimant pour l'énergie d'extraction.
- B_{z0} est le champ magnétique pris en R_0 au centre de l'aimant, il correspond au champ magnétique maximal vu par la particule ayant l'énergie d'extraction.
- Le facteur $\left(\frac{r}{R_0} \right)^k$ modélise la dépendance radiale du champ magnétique, dépendance en puissance de k caractéristique d'un aimant FFAG scaling.
- N est le nombre d'aimants dans l'anneau.

- f définit le flutter magnétique : $f = \sqrt{\frac{\langle (B_z - \bar{B}_z)^2 \rangle}{\bar{B}_z^2}}$ (1.2)

- w est une variable dépendant de l'angle spiral. $w = \frac{1}{N \tan(\xi)}$

ξ étant l'angle spiral défini comme l'angle entre la tangente à la face magnétique et un rayon passant par le centre de la machine (voir Fig. 1).

- Le facteur $\left[1 + f \sin \left(\frac{\ln \left(\frac{r}{R_0} \right)}{w} \right) - N\theta \right]$ décrit alors la dépendance azimutale du champ magnétique, modélisant notamment les champs de fuite.

On s'inspire de cette référence de MURA pour modéliser le champ magnétique dans un FFAG spiral. La distribution radial en $\left(\frac{r}{R_0}\right)^k$ est conservée alors que la distribution azimutale est décrite différemment.

Le champ magnétique produit par l'aimant spiral au point (r, θ) dans le plan médian ($Z = 0$) est le suivant :

$$B_z(r, \theta) = B_{z0} \left(\frac{r}{R_0}\right)^k F_e(d_e) F_s(d_s) \quad (1.3)$$

où :

- R_0 , B_{z0} , et $\left(\frac{r}{R_0}\right)^k$ ont les mêmes définitions qu'à la page précédente.
- $F_e(d_e)$, $F_s(d_s)$ modélisent les tombées de champ magnétique aux faces d'entrée et de sortie de l'aimant.

Les faces de l'aimant ont une forme spirale répondant à l'équation

$$r = R_0 \exp(b\theta) \quad b = \frac{1}{\tan(\xi)} \quad (1.4)$$

ξ étant l'angle spiral défini comme l'angle entre la tangente à la face magnétique et un rayon passant par le centre de la machine (voir Fig. 1).

La forme particulière de ces faces est prise en compte dans le calcul des facteurs de forme axiale $F_e(d_e)$, $F_s(d_s)$ que nous allons expliciter ci-après.

Le champ magnétique obtenu est illustré à la Fig. 2.

Les figures représentant l'anneau et les allures des champs magnétiques ont été faites pour le jeu de paramètres suivant correspondant à une machine pour la protonthérapie à l'étude dans le cadre du projet RACCAM. Certains paramètres seront explicités ci-après.

Nombre de cellules N	8
Indice de champ k	4.415
Angle spiral ξ	50.36°
Facteur de remplissage pf	0.38
Rayons mini / max R_1, R_0	2.8m / 3.55m
Energie mini / max des protons	17MeV / 180MeV
Champ magnétique à R_0	1.5T
Entrefer à R_0	40mm
Coefficient de Enge C0 ... C3	0.15 ; 2.27 ; -0.64 ; 1.16

Tab. 1 : Paramètres du FFAG spiral à l'étude dans ce rapport.

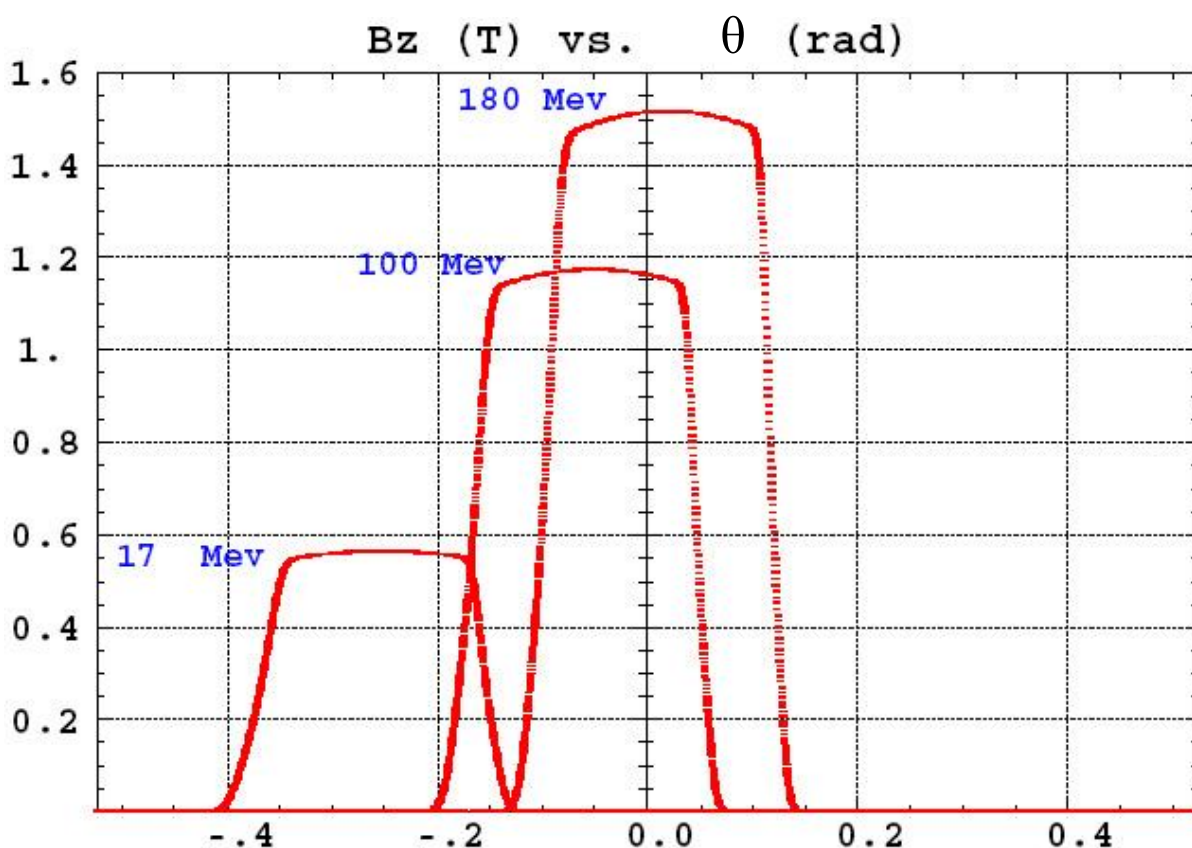


Fig. 2 : Champ magnétique vu par des particules de différentes énergies dans l'aimant FFAG spiral.

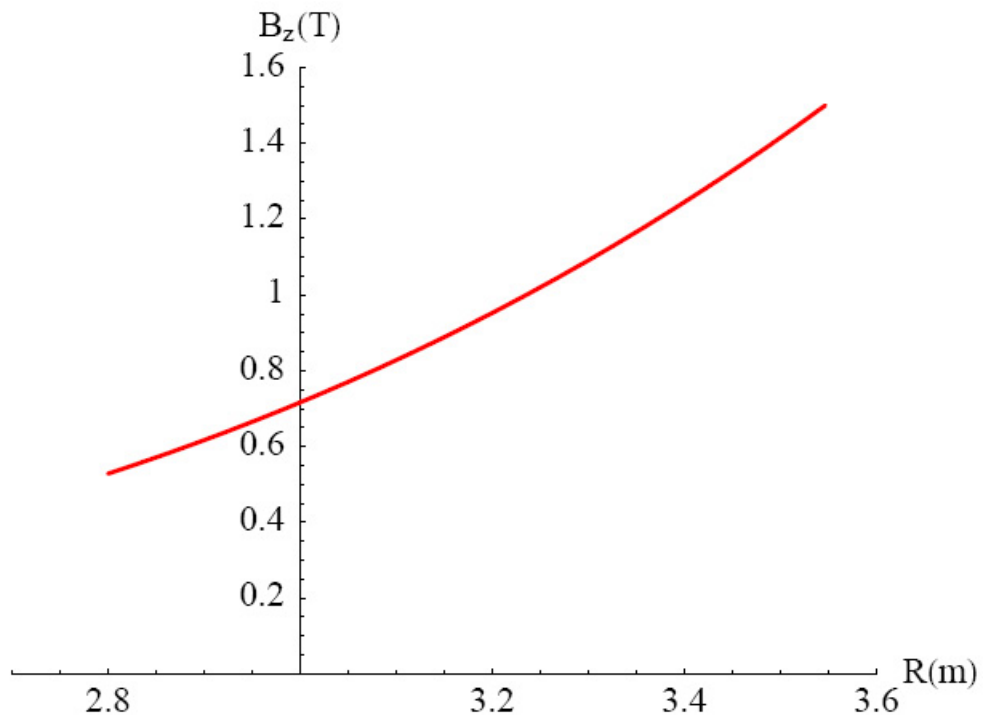


Fig. 3 : Loi de champ magnétique radiale du FFAG spiral.

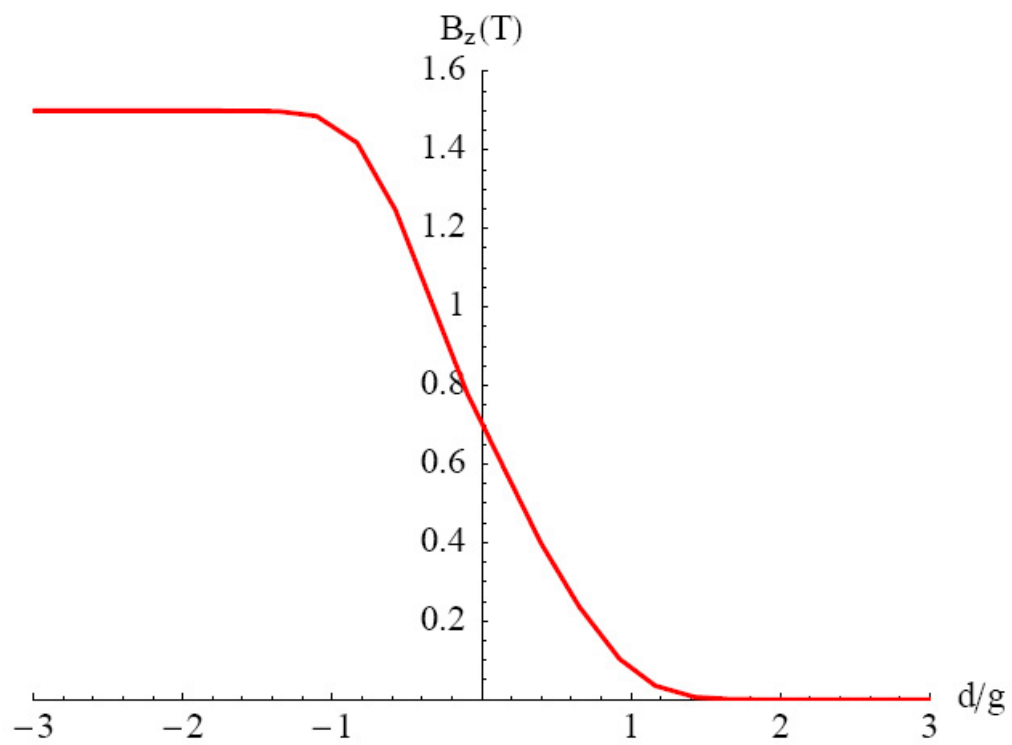


Fig. 4 : Loi de tombée de champ aux faces magnétiques du FFAG spiral.

2) Tombées de champs.

Les facteurs de tombée de champ à l'une des faces magnétiques s'écrivent :

$$F_i(d_i) = \frac{1}{1 + \exp[P(d_i)]}, P(d_i) = C_0 + C_1 \frac{d_i}{g} + C_2 \left(\frac{d_i}{g} \right)^2 + \dots + C_5 \left(\frac{d_i}{g} \right)^5 \quad (1.5)$$

où :

- d_i est la distance du point (r, θ) à la face magnétique considérée (d_e pour l'entrée, respectivement d_s pour la sortie).
- g est un facteur de normalisation, homogène au gap magnétique et peut être rendu dépendant de r pour prendre en compte l'évolution de $F_i(d_i)$ avec la valeur du gap.
- (C_0, \dots, C_5) sont les coefficients de champ fuite (coefficients de Enge [11]).

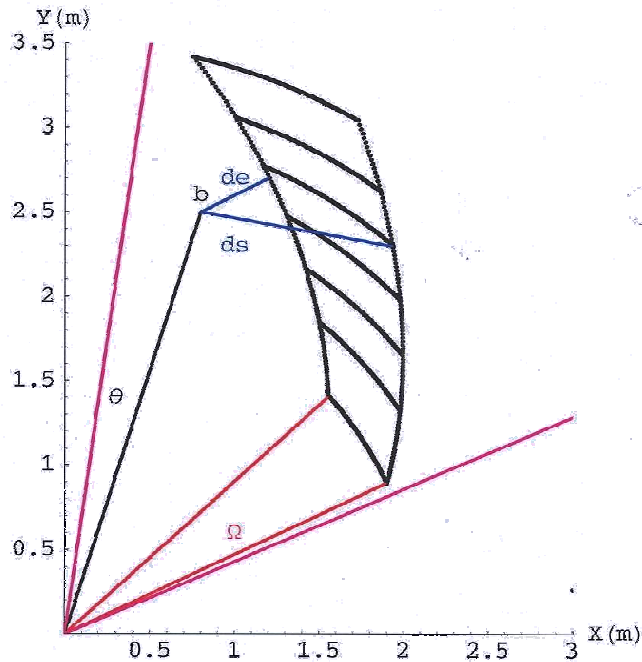


Fig. 5 : Schéma de l'aimant FFAG spiral et ingrédients pour le calcul des facteurs de tombée de champ.

La distance d_i est calculée numériquement en utilisant une méthode permettant de résoudre l'équation en θ [12]:

$$\begin{aligned} & (X_b - e^{b\theta} R \cos(\omega + \theta))(be^{b\theta} R \cos(\omega + \theta) - e^{b\theta} R \sin(\omega + \theta)) + \\ & (Y_b - be^{b\theta} R \sin(\omega + \theta))(e^{b\theta} R \cos(\omega + \theta) + be^{b\theta} R \sin(\omega + \theta)) = 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

ω étant le positionnement de la face magnétique dans le référentiel choisi. Cela revient à dire que la normale à la face magnétique au point (x, y) de la spirale passe par le point d'observation $b(X_b, Y_b)$.

Le gap est rendu dépendant de r afin de pouvoir étudier différentes configurations (voir Fig. 6) :

- gap shaping : $g(r) = g_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^\kappa, \kappa \approx k$ (1.7)

assurant en général la loi $B_z \approx r^k$

- gap à faces parallèles: $g(r) = g_0, \kappa = 0$ (1.8)

- gap proportionnel à r : $g(r) = g_0 \left(\frac{r}{R_0} \right), \kappa = -1$ (1.9)

assurant que les nombres d'onde verticaux soient indépendants de l'énergie.

La focalisation de coin peut être décrite par le formalisme matriciel suivant [13] :

$$R_{43} = \frac{\tan(\varepsilon - \psi)}{\rho} ; \varepsilon = (1 - pf) \frac{\pi}{N} \pm \xi \quad (1.10)$$

(- à la face d'entrée, + à la face de sortie)

avec ε l'angle de coin (angle entre la face magnétique et la trajectoire de la particule), ρ le rayon de courbure de la trajectoire dans l'aimant et ψ la correction apportée pour les effets de champ de fuite. Cette correction s'écrit [13]:

$$\psi = \frac{g}{\rho} \frac{I_1 (1 + \sin^2(\varepsilon))}{\cos(\varepsilon)} \quad (1.11)$$

avec g le gap magnétique, ρ le rayon de courbure de la trajectoire dans l'aimant, ε l'angle de coin et I_1 l'intégrale suivante :

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_z(s) [B_0 - B_z(s)]}{g B_0^2} ds \quad (1.12)$$

s étant la coordonnée curviligne le long de la trajectoire.

Comme $\rho = R \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{N} \cdot pf\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{N}\right)}$, le fait de rendre g proportionnel à R rend la correction

de champ de fuite indépendante de R et donc de l'énergie. Cela impose donc les nombres d'onde verticaux constants avec l'énergie.

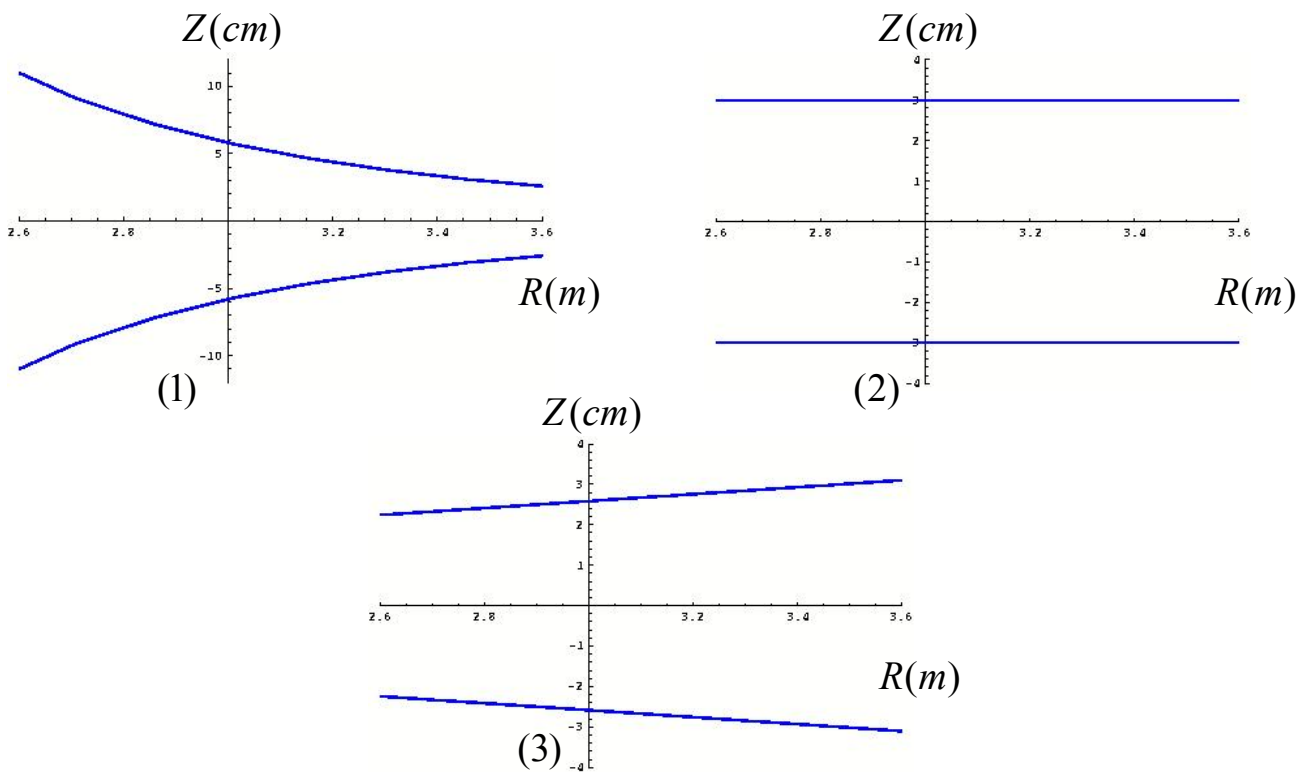


Fig. 6 : Formes possibles du gap : gap shaping (1), gap à faces parallèles(2), gap proportionnel à r(3).

Cette dépendance du gap avec le rayon permet de jouer sur la dépendance du nombre d'onde vertical avec l'énergie.

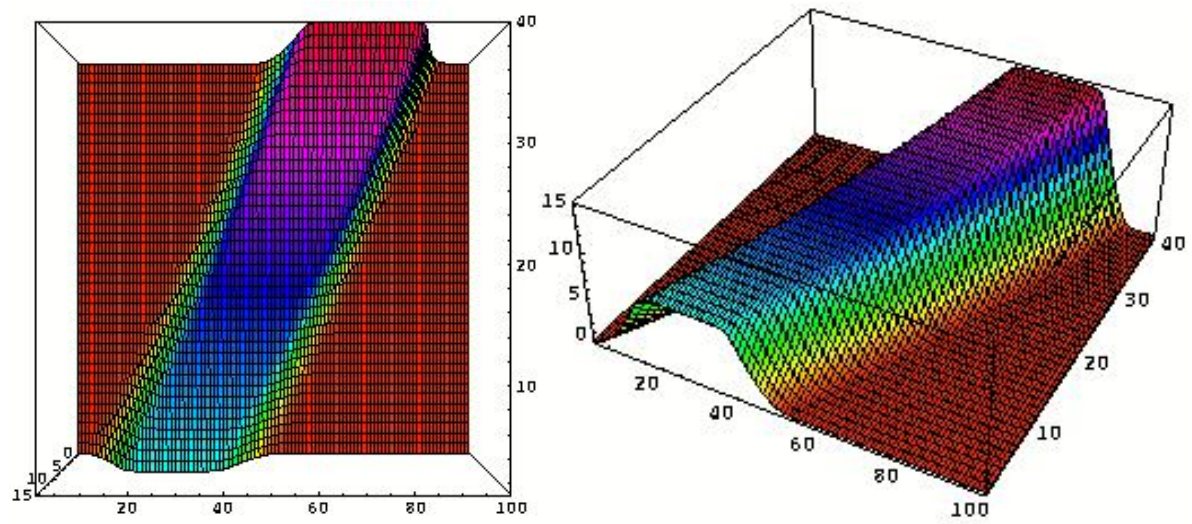


Fig. 7 : Champ magnétique dans un aimant FFAG spiral.

3) Calcul des dérivées du champ magnétique.

A partir de la connaissance du champ $B_z(r, \theta)$, les dérivées peuvent être déterminées par deux méthodes :

- Interpolation numérique à partir d'un maillage « flottant ». Il en résulte une procédure Fortran dénommée FFAG-SPI.

$B_z(r, \theta)$ est calculé pour les $n \times n$ points ($n=3$ ou 5) d'un maillage dont le centre est la position de la particule.

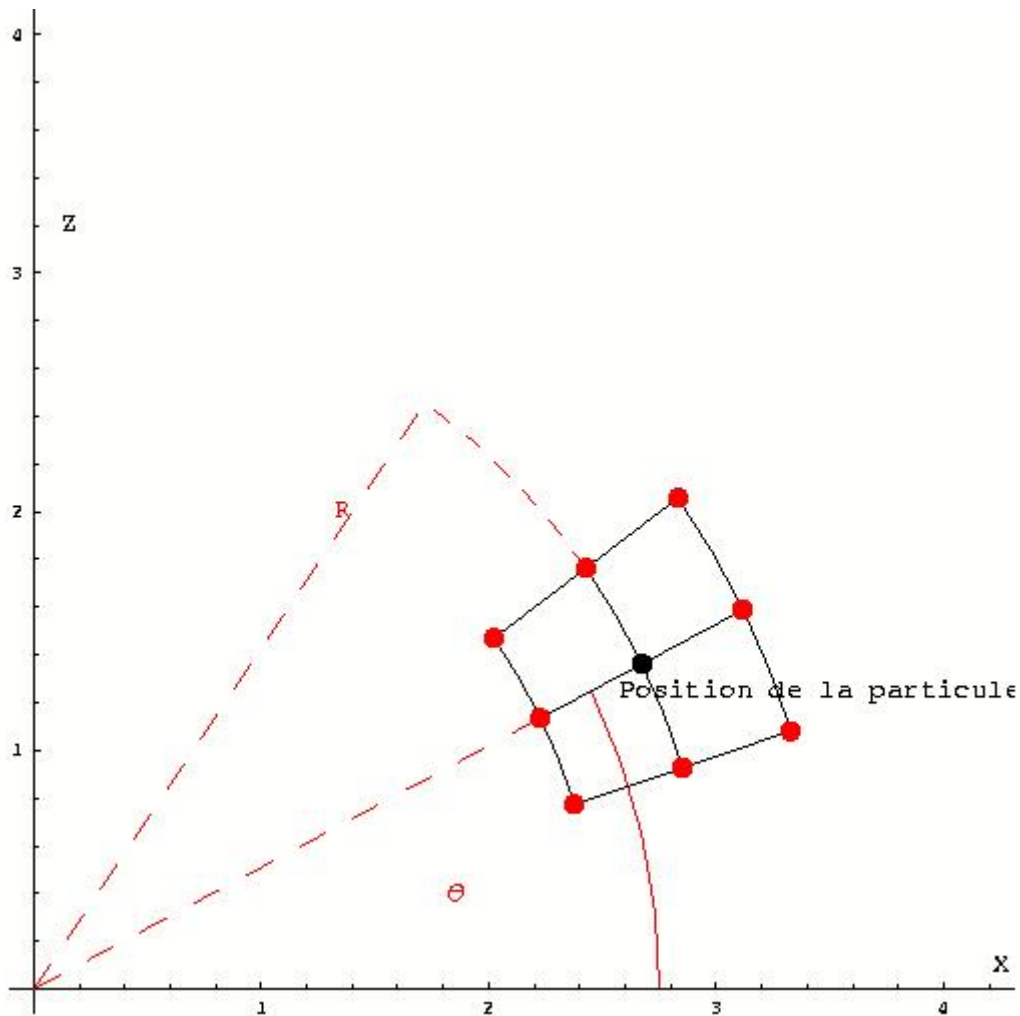


Fig. 8 : Interpolation numérique pour la procédure FFAG-SPI.

- Fabrication d'une carte de champ 2D dans le plan médian.

Une procédure Fortran dénommée GeneMap permet de calculer le champ magnétique en tout point dans l'aimant et à l'extérieur de l'aimant. Cette carte de champ peut ensuite être directement utilisée dans le code de tracé de trajectoire Zgoubi [7] afin d'effectuer le tracking pas à pas de particules dans ce modèle d'aimant FFAG spiral.

Cette procédure GeneMap donne les valeurs de champ magnétique dans tout l'aimant grâce à la méthode précédente. Dans ce cas, l'interpolation ne se fait pas avec un maillage « flottant » mais à partir du maillage de la carte.

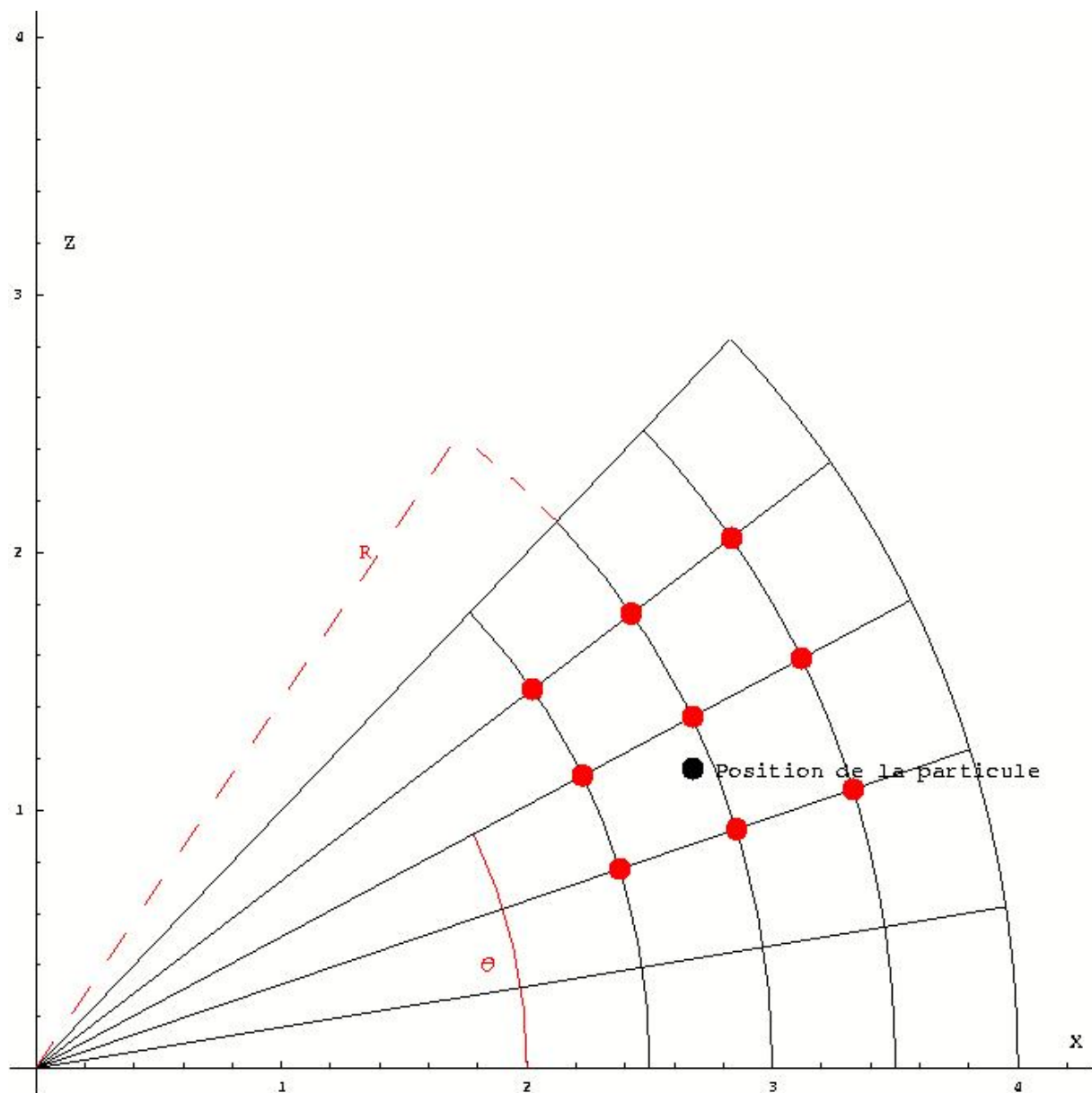


Fig. 9 : Interpolation numérique pour l'utilisation de cartes de champ.

4) Conclusion.

La 1^{ère} méthode (FFAG-SPI) autorise la modification facile et automatique des paramètres (voir II.4) et donne une excellente précision.

La 2^{ème} méthode (carte de champ GeneMap) autorise également la modification rapide et automatique des paramètres mais demande le calcul complet de la carte de champ entre les rayons d'injection et d'extraction même si l'étude se restreint à une énergie précise. Cela implique un supplément de temps de calcul non négligeable si de nombreuses simulations sont nécessaires. Elle offre également une bonne précision numérique.

Une procédure permettant de simuler les trajectoires de particules dans un FFAG spiral a été efficacement mise au point. Elle nous autorise à effectuer du tracking multitour dans de telles structures magnétiques afin d'en étudier les comportements et paramètres dynamiques tels que les orbites fermées, les tunes, les limites de stabilité.

Ces études de dynamique étant itératives, elles demandent un grand nombre de simulations Zgoubi. C'est pour cela qu'une méthode d'automatisation des recherches de paramètres dynamiques a été développée.

II. Automatisation des recherches de paramètres dynamiques.

1) Recherche d'orbites fermées.

A une énergie donnée, la connaissance de l'orbite fermée est essentielle. En effet, à partir de la connaissance de cette orbite fermée les paramètres dynamiques peuvent être déterminés comme les nombres d'onde, les fonctions beta, de dispersion.

Elle est également à la base des études de dynamique complète comme les recherches d'acceptances horizontale et verticale, les études d'accélération de particules ou de paquets de particules. Nous allons décrire le cheminement mis en œuvre afin de déterminer ces orbites fermées.

a) Détermination d'une trajectoire théorique.

Une trajectoire théorique est tout d'abord calculée de manière géométrique grâce aux paramètres suivant : le rayon d'extraction des particules (pris comme référence pour la machine) R_0 , le nombre d'aimants N et le packing factor pf .

Le programme de simulation Zgoubi requiert la connaissance des coordonnées à l'entrée de la cellule composée d'une demi section droite, de l'aimant FFAG puis d'une seconde demi section droite.

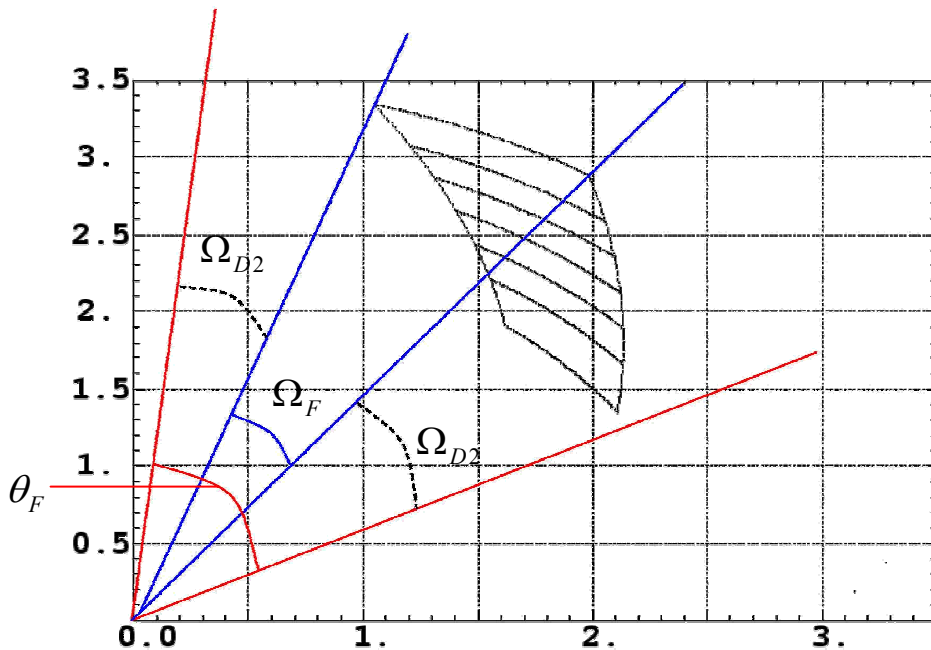


Fig. 10 : Schéma de l'aimant RACCAM et paramètres pour le calcul des orbites théoriques.

$\theta_F = \frac{2\pi}{N}$: ouverture angulaire de la cellule. $\theta_{F2} = \frac{\theta_F}{2}$

$\Omega_F = \theta_F \cdot pf$: ouverture angulaire de l'aimant. $\Omega_{F2} = \frac{\Omega_F}{2}$

$\Omega_{D2} = \frac{\theta_F \cdot (1 - pf)}{2}$: ouverture angulaire des demi sections droites.

$pf < 1$: packing factor.

Ces coordonnées initiales sont ensuite inscrites dans le fichier de données pour les simulations Zgoubi afin de déterminer l'orbite fermée par tracking multitour. Ces simulations sont effectuées avec la procédure d'interpolation numérique FFAG-SPI décrite auparavant, on peut voir un exemple de fichier data pour Zgoubi utilisant FFAG-SPI en Fig. 11.

```
Machine spiral RACCAM
'OBJET'
1839.09    150 MeV
2
1 1
334.590 12.440 0.00000 0.00000 0.00000 1.103500 'i'
1 1 1 1 1 1 1 1 1
'AVERAGEORB'
1
#START
'PARTICUL'                                2
938.2723 1.60217733D-19 0. 0. 0.
'FAISTORE'                                3
zgoubi.fai #START
1
'MARKER' #START
'FAISCEAU'
'FFAG-SPI'
0
1 90. 348.25
20. 0. 15. 4.42 0 0.02 0.05
3. -1.
6 0.1455 2.267 -0.6395 1.1558 0. 0. 0.
8.55 50.32 1000000. -1000000. 1000000. 1000000.
3. -1.
6 0.1455 2.267 -0.6395 1.1558 0. 0. 0.
-8.55 50.32 1000000. -1000000. 1000000. 1000000.
0 -1
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
2 125.
0.5
2
0. -0.741764932 0. 0.0436332313
'FAISCEAU'
'REBELOTE'
99 0.3 99
'END'
```

Fig. 11 : Fichier data de Zgoubi pour la procédure FFAG-SPI.

b) Tracking multitour.

L'opération est la suivante, la trajectoire de la particule aux coordonnées théoriques est suivie pendant une trentaine de passages dans la cellule FFAG (correspondant à environ 4 tours dans l'anneau représenté en Fig. 1). Ce nombre de passages peut être bien évidemment modifié en fonction de la précision voulue et du temps de calcul rencontré. La trajectoire dans l'espace des phases horizontal (X, X') est généralement une ellipse en mouvement paraxial si les nombres d'onde sont suffisamment éloignés de $Q_X, Q_Z \approx 1/n, n=1,2,3...$. Le centre de l'ellipse est l'orbite fermée recherchée.

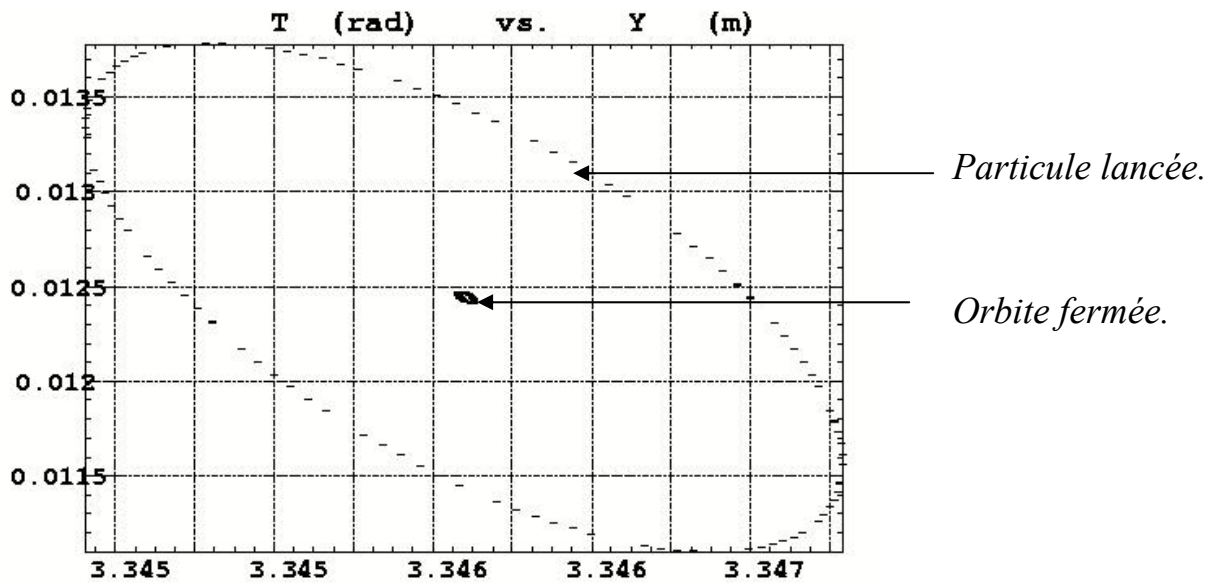


Fig. 12 : Schéma de principe de la recherche d'orbite fermée.

Le programme de recherche d'orbite fermée va donc faire les opérations suivantes :

- Tracking multitour de la particule aux coordonnées théoriques.
- Relevé des coordonnées du centre de l'ellipse.
- Test d'écart entre la particule lancée et le centre de l'ellipse à la précision voulue près.
- Ecriture des coordonnées du centre de l'ellipse dans le fichier de simulation.
- Tracking multitour de la particule aux nouvelles coordonnées.

Le résultat de cette recherche est le couple de coordonnées (X_{co}, X'_{co}) qui est ensuite utilisé pour le calcul des nombres d'onde et les recherches de limites de stabilité.

2) Calcul des nombres d'onde.

A partir de l'orbite fermée, il est nécessaire de connaître la valeur des nombres d'onde horizontaux et verticaux (Q_x, Q_z) qui sont les points de fonctionnement de la future machine. La connaissance des tunes est également intéressante pour les particules éloignées de l'orbite fermée car elle fournit la variation des nombres d'onde avec l'amplitude (detuning d'amplitude). Pour cela, le logiciel Zgoubi propose deux méthodes : le formalisme matriciel et l'utilisation d'un développement en série de Fourier.

a) Méthode matricielle.

Cette méthode consiste à calculer les coefficients de la matrice de transfert de la cellule optique traversée par la particule de référence, c'est-à-dire sur l'orbite fermée, par une méthode d'interpolation entrée / sortie. Elle permet de calculer les termes de 1^{er} ordre R_{ij} ou de 2nd ordre T_{ijk} , au-delà la précision de l'interpolation peut être discutable.

Pour le calcul des tunes, on ne s'intéresse qu'aux termes de 1^{er} ordre, celui-ci s'effectue par la génération de 11 trajectoires autour de l'orbite fermée grâce à une option de Zgoubi.

```
Machine spiral RACCAM
'OBJET'
1839.09    150 MeV
5
1 1
0.001 0.001 0.001 0.001 0.001 0.001
334.590 12.440 0.00000 0.00000 0.00000 1.103500 'I'
'AVERAGEORB'
1
#START
'PARTICUL'                                2
938.2723 1.60217733D-19 0. 0. 0.
'FAISTORE'                                3
zgoubi.fai #START
1
'MARKER' #START
'FAISCEAU'
'FFAG-SPI'
0
1 90. 348.25
20. 0. 15. 4.42 0 0.02 0.05
3. -1.
6 0.1455 2.267 -0.6395 1.1558 0. 0. 0.
8.55 50.32 1000000. -1000000. 1000000. 1000000.
3. -1.
6 0.1455 2.267 -0.6395 1.1558 0. 0. 0.
-8.55 50.32 1000000. -1000000. 1000000. 1000000.
0 -1
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
2 125.
0.5
2
0. -0.741764932 0. 0.0436332313
'FAISCEAU'
'MATRIX'
1 11
'END'
```

Fig. 13 : Fichier data de Zgoubi pour le formalisme matriciel.

La simulation de ces 11 trajectoires se fait sur une cellule et les nombres d'onde sont relevés dans le fichier résultat créé par Zgoubi. Les avantages de cette méthode sont la précision des nombres d'onde pour un calcul rapide.

L'inconvénient est que cette méthode n'est valable que pour l'optique paraxiale et ne peut être utilisée que pour les calculs de nombres d'onde au voisinage des orbites fermées. Une étude sur des particules éloignées de l'orbite fermée demandera donc une autre méthode basée sur un développement en série de Fourier.

b) Développement en série de Fourier.

Le programme d'analyse de résultat Zpop, associé au logiciel Zgoubi, est capable de calculer les tunes par analyse de Fourier après un tracking multitour (une centaine de passages dans la cellule FFAG sont en général suffisants pour notre étude)¹. La nécessité d'utiliser Zpop après chaque simulation est longue et fastidieuse, la routine d'analyse de Fourier a donc été reprise pour créer un programme indépendant de Zpop pour l'analyse des tunes.

Dans le fichier résultat généré par Zgoubi, ce programme va lire les coordonnées de la particule tout au long du tracking, effectue un matching d'ellipse dans l'espace des phases (X, X') , puis le calcul des nombres d'onde associés au mouvement. Les avantages sont la précision et la possibilité de calculer des tunes pour une optique non paraxiale (particules très éloignées de l'orbite fermée, pour une étude de detuning d'amplitude par exemple).

Malheureusement, cette méthode demande un tracking sur une centaine de cellules d'où un temps de calcul augmenté.

De ce fait, la méthode matricielle est utilisée pour le calcul des tunes au voisinage des orbites fermées, tandis que la méthode de développement en série de Fourier sert dans le cas de particules de grande excursion.

¹ Il existe des techniques très rapides, demandant seulement quelques tours, ce qui serait avantageux. Leur application est envisageable. [14]

3) Recherche des limites de stabilité.

A partir de la connaissance de l'orbite fermée, il est nécessaire de poursuivre les études de dynamique pour déterminer les acceptances dynamiques transverses de la machine, c'est-à-dire les dimensions maximales des faisceaux qui peuvent circuler dans l'anneau. Pour cela, on cherche à déterminer les limites de stabilité horizontale et verticale qui sont données par les trajectoires stables les plus éloignées de l'orbite fermée.

a) Limite de stabilité horizontale.

A partir de l'orbite fermée, on impose un mouvement vertical infinitésimal (afin de laisser apparaître d'éventuels phénomènes de couplage entre les plans horizontaux et verticaux) puis le programme augmente la valeur de X_0 et enfin lance un tracking sur plusieurs centaines de cellules (environ 300 dans notre étude). Si le mouvement est stable, il augmente à nouveau X_0 jusqu'à ce que la dernière position stable soit déterminée. Celle-ci est alors définie comme la limite de stabilité horizontale.

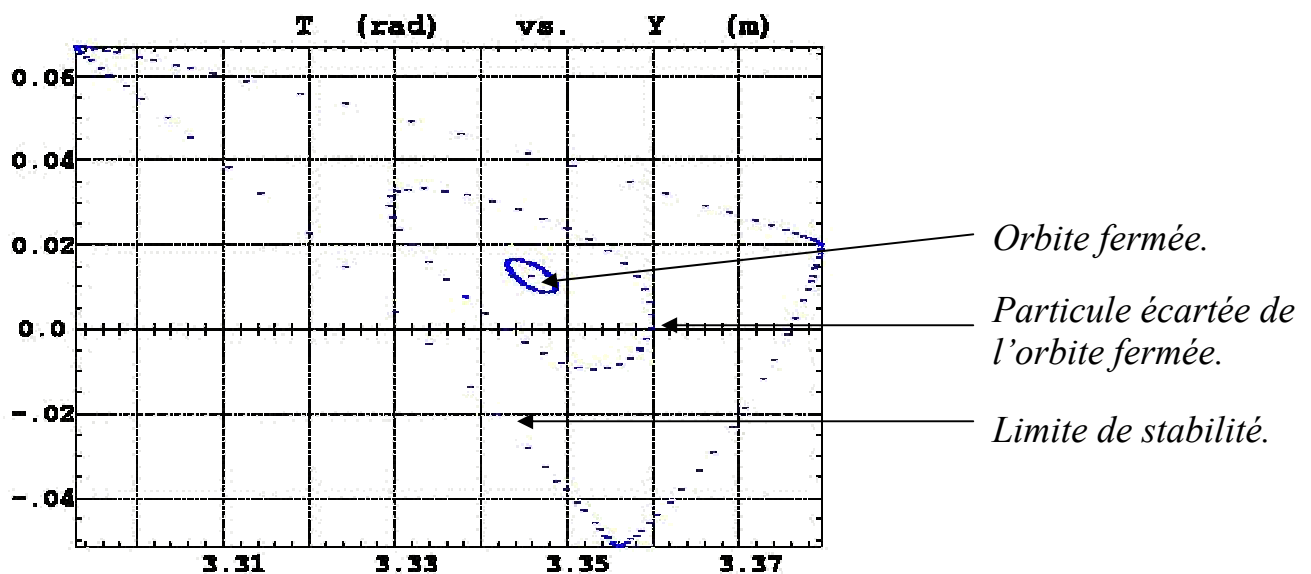


Fig. 14 : Schéma de principe de la recherche de limite stabilité horizontale.

Précédemment, la procédure de recherche de nombres d'onde par développement en série de Fourier a été évoquée. Lors de ce calcul, la trajectoire de la particule dans l'espace des phases (X, X') est interpolée par une ellipse par une procédure de matching. Cette procédure permet le calcul des paramètres α et β de l'ellipse ainsi que son émittance (surface) ε selon l'équation :

$$\gamma X^2 + 2\alpha X X' + \beta X'^2 = \varepsilon \quad (2.1)$$

La même opération est effectuée pour la recherche de limite de stabilité, nous pouvons ainsi connaître, non seulement les nombres d'onde associés à la particule sur la limite de stabilité mais également déterminer l'émittance de celle-ci si la trajectoire est une ellipse. Dans le cas où cette trajectoire n'est pas elliptique comme le montre la Fig. 14, le matching nous donne une indication sur l'émittance, cependant une procédure plus précise devra être développée. Cette valeur nous indique l'acceptance transverse horizontale de la machine.

Grâce à cette détermination automatique de la limite de stabilité horizontale, le temps de calcul est grandement amélioré par rapport à une même étude faite en modifiant à la main les paramètres, la détermination de l'acceptance horizontale est rapide, efficace.

Par ailleurs, on peut lancer plusieurs particules dont les coordonnées sont comprises entre l'orbite fermée et la limite de stabilité afin de faire des études de déformation d'ellipse ou de detuning d'amplitude. Enfin, les éventuels phénomènes de couplage ainsi que la proximité de résonances peuvent être observés grâce à ces études automatiques.

b) Limite de stabilité verticale.

De la même manière que précédemment, à partir de l'orbite fermée, le programme augmente la coordonnée verticale Z_0 de la particule lancée jusqu'à ce que le mouvement ne soit plus stable. La dernière trajectoire stable définit la limite de stabilité à laquelle on associe l'acceptance verticale calculée par le matching d'ellipse décrit auparavant.

La prochaine étape sera de marier les deux procédures en simultanément. Cela reviendra à chercher la limite de stabilité verticale pour différentes valeurs de X comprises entre l'orbite fermée et la limite de stabilité horizontale. On pourra ainsi voir l'empreinte maximale du faisceau dans le plan transverse (X, Z). A ce stade, on procédera peut être en lançant un paquet 4D sur-dimensionné et en regardant quelles trajectoires restent stables après plusieurs centaines de tours.

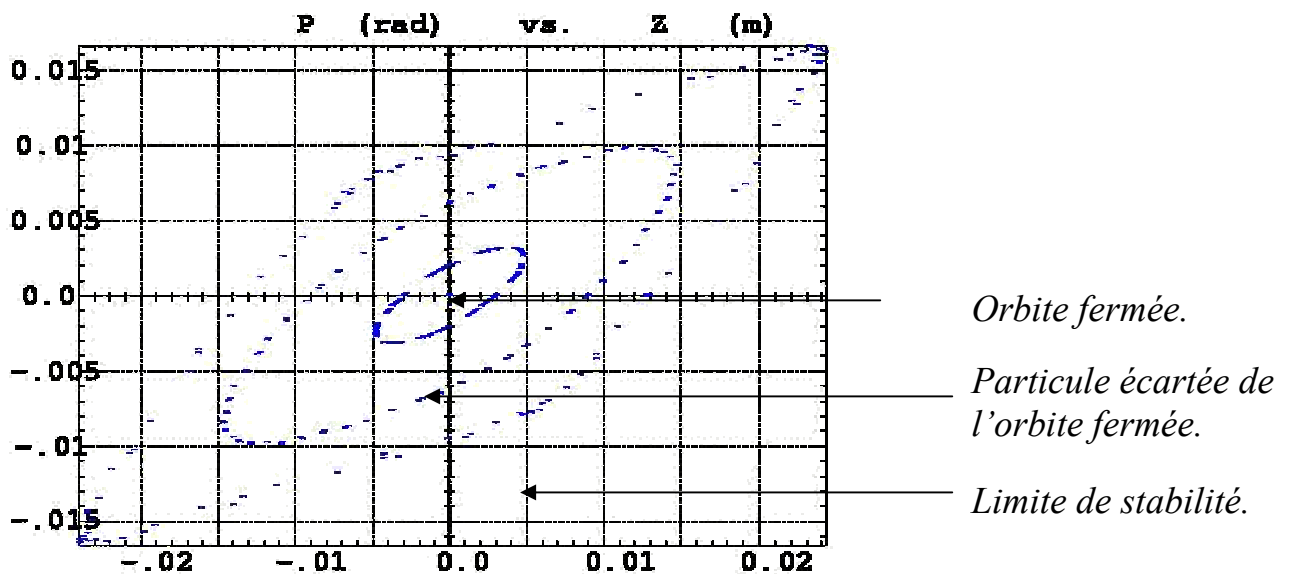


Fig. 15 : Schéma de principe de la recherche de limite stabilité verticale.

4) Balayage des paramètres (k, ξ) .

a) Introduction.

Le but de RACCAM est la mise au point d'un prototype d'aimant FFAG à secteur spiral pour une machine de traitement de cancer par bombardement de protons. Avant de lancer la construction d'un tel aimant, les paramètres magnétiques, géométriques et dynamiques doivent être fixés. En particulier il s'agit de déterminer le point de fonctionnement de la future machine.

On désire se placer dans une région du diagramme de nombres d'onde (Q_x, Q_z) où la condition de dynamique est la meilleure possible, c'est-à-dire des régions éloignées de toute résonances nuisibles et pour lesquelles l'ouverture dynamique est grande, régions appropriées à l'injection et à l'extraction du faisceau.

De nombreux paramètres géométriques et magnétiques ont une influence sur l'évolution des nombres d'onde (Q_x, Q_z) tels que le rayon maximal de la machine, le nombre de cellules N , le packing factor pf , l'indice de champ k ou l'angle spiral ξ .

Pour cela, on se propose de fixer le rayon maximal, le nombre de cellules et le packing factor pour des considérations techniques : injection, extraction, cavité radiofréquence, diagnostic, encombrement de la machine. A partir de là, on fait varier indépendamment ou simultanément les paramètres magnétique k (indice de champ magnétique) et géométrique ξ (angle spiral donnant la forme des faces magnétiques) dans les procédures de simulation FFAG-SPI ou GeneMap.

Cette procédure automatique de balayage de paramètres en (k, ξ) permet d'effectuer les opérations automatiques précédentes (recherche d'orbite fermée, de tunes, de limites de stabilité) pour différents couples (k, ξ) et donc pour différents points de fonctionnement. A partir de cette étude seront choisis quelques points de fonctionnement possibles pour des investigations plus approfondies, et pour point de départ des études de conception de l'aimant.

b) Recherche des régions de stabilité, comparaison avec BeamOptics.

Dans le formalisme matriciel, la stabilité du mouvement périodique horizontal (respectivement vertical) est déterminée au moyen de la demi-trace de la matrice de transfert de la cellule FFAG dans le plan horizontal (respectivement vertical) :

L'évolution des nombres d'onde (Q_x, Q_z) avec les paramètres (k, ξ) peut être estimé de façon approximative par les relations suivantes :

$$Q_x \approx \sqrt{1+k}; Q_z \approx \sqrt{-k + F^2 (1 + 2 \tan^2 \xi)} \quad (2.2)$$

où F est défini comme le flutter magnétique (Eq. 1.2)

En faisant varier (k, ξ) on parvient à dresser la région de stabilité, c'est-à-dire l'ensemble des couples (k, ξ) pour lesquels le mouvement est stable. Les nombres d'onde associés sont également déterminés pour chaque couple (k, ξ) stable. Les Fig. 15 et 16 illustrent cette étude de régions de stabilité et de diagrammes de tunes associés pour les paramètres suivants :

Nombre de cellules N	8
Variation indice de champ k	> 0
Variation angle spiral ξ	0 à 90°
Facteur de remplissage pf	0.38
Rayons mini / max R_1, R_0	2.8m / 3.55m
Energie mini / max des protons	17MeV / 180MeV
Champ magnétique à R_0	1.5T
Entrefer à R_0	40mm
Coefficient de Enge C0 ... C3	0.15 ; 2.27 ; -0.64 ; 1.16

Tab. 2 : Paramètres pour la recherche de régions de stabilité.

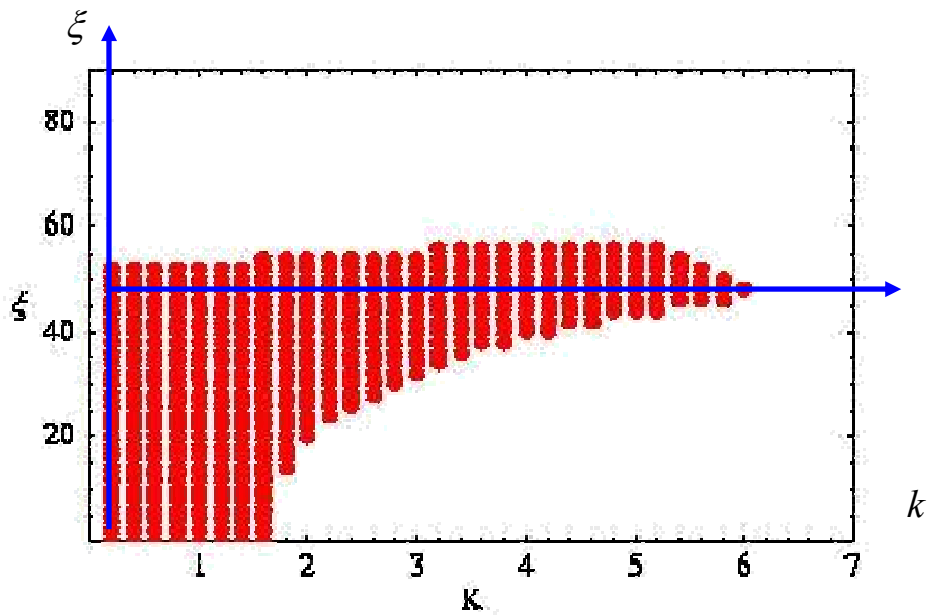


Fig. 16 : Exemple de région de stabilité obtenu avec BeamOptics.

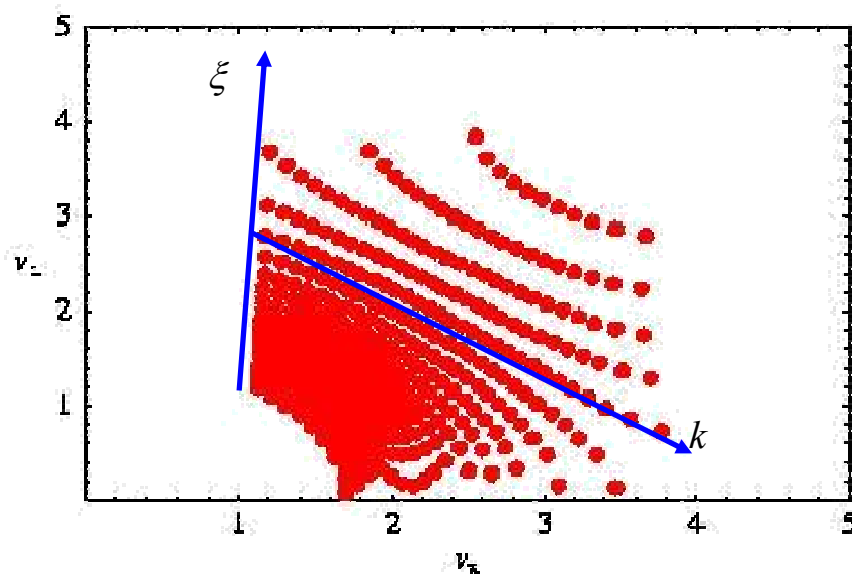


Fig. 17 : Diagramme de tune associé à la région de stabilité.

De la même manière que précédemment, le programme d'automatisation va effectuer une recherche d'orbite fermée et de nombres d'onde pour chaque couple (k, ξ) . Si le mouvement est stable, alors l'orbite fermée est trouvée et les tunes déterminés par la méthode matricielle de Zgoubi vue précédemment peuvent être calculés.

On peut ainsi comparer les résultats du code matriciel Mathematica / BeamOptics et du code de tracé de trajectoire Zgoubi.

Pour cette comparaison, les paramètres suivants sont choisis :

$N = 8$: nombre de cellules ;

$R_0 = 3.4825m$: rayon maximal, rayon d'extraction ;

$B_0 = 1.5T$: champ à R_0 ;

$pf = 0.38$: packing factor ;

$g = 3cm$: longueur de champ de fuite dans l'Eq. 1.5.

Les études de balayage sont faites à l'énergie d'extraction, soit 180 MeV.

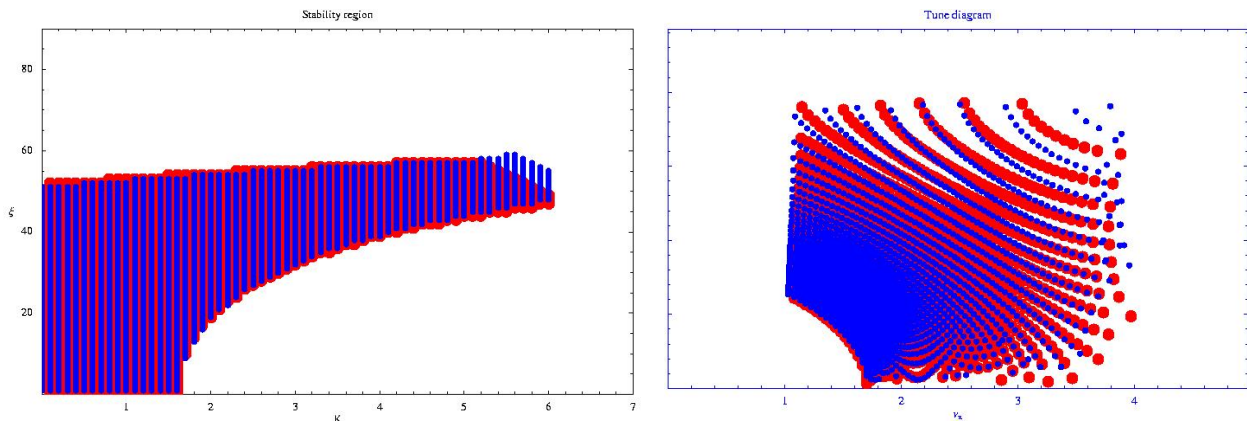


Fig. 18 : Comparaison des régions de stabilité et des tunes associés pour BeamOptics (rouge) et Zgoubi (bleu).

On voit que l'accord est bon entre les 2 codes pour des valeurs de k et ξ peu élevées, les régions de stabilité se recoupent et les tunes sont très proches. Les différences entre les tunes augmentent avec k et ξ , cela reste à être compris mais les hypothèses sont :

- La limite de validité de l'hypothèse que le rayon de l'orbite est un cercle dans l'approche matricielle.
- Les effets des champs de fuite plus forts à fort angle spiral : la particule voyage plus longtemps dans les régions de champ de fuite.

A partir de ces données, nous pouvons placer les tunes (Q_x, Q_z) dans des diagrammes de résonances présentant les résonances systématiques ($mQ_x + nQ_z = Np$) ou non systématiques ($mQ_x + nQ_z = p ; m, n, p \text{ entiers}$) afin de pouvoir choisir des régions d'étude éloignées de résonances nuisibles. Ces diagrammes de résonances ont été créés sous Mathematica pour le besoin du projet RACCAM, un exemple de diagramme de résonances systématiques est présenté en Fig. 19.

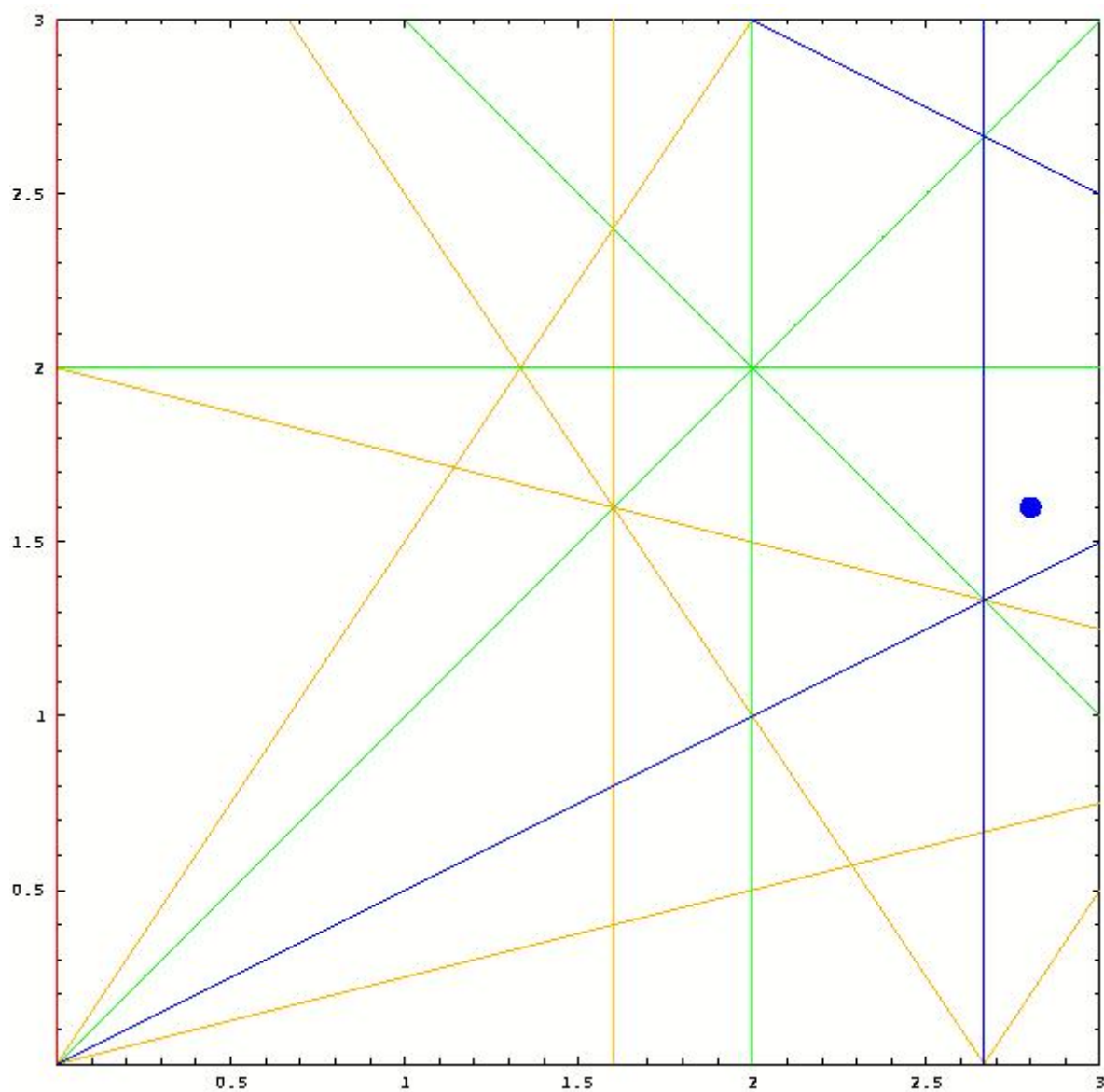


Fig. 19 : Point de fonctionnement arbitraire (bleu) dans un diagramme de résonances systématiques.

On se place pour le reste de l'étude au voisinage de $(Q_x = 2.82, Q_z = 1.78)$ qui est un point de fonctionnement intéressant pour l'injection et l'extraction multitour qui demandent des tunes fractionnaires proches de 0.2 ou 0.8. On peut refaire la même étude de balayage (k, ξ) pour cette zone, ce qui revient à effectuer un zoom. On peut ainsi voir plus clairement les différences de tunes entre les 2 codes.

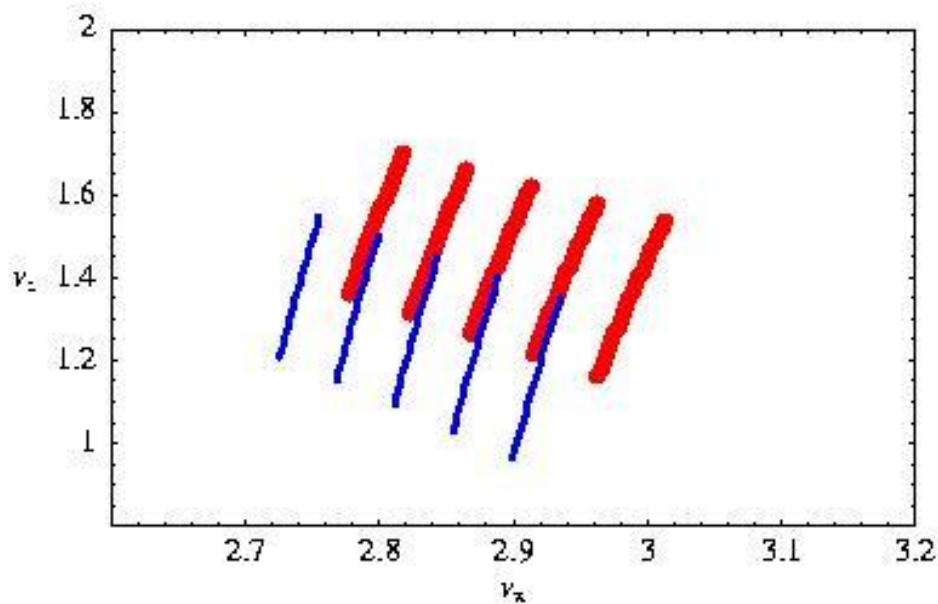


Fig. 20 : Balayage des tunes autour du point de fonctionnement : $(Q_x = 2.82, Q_z = 1.78)$ pour BeamOptics (rouge) et Zgoubi (bleu).

c) Recherche des limites de stabilité.

Pendant le balayage (k, ξ) et à partir des recherches d'orbites fermées, les recherches de limites de stabilité horizontale et verticale peuvent être effectuées automatiquement pour chaque couple $(k, \xi) / (Q_x, Q_z)$. Cela permet de voir l'influence de la proximité de résonances sur les ouvertures dynamiques.

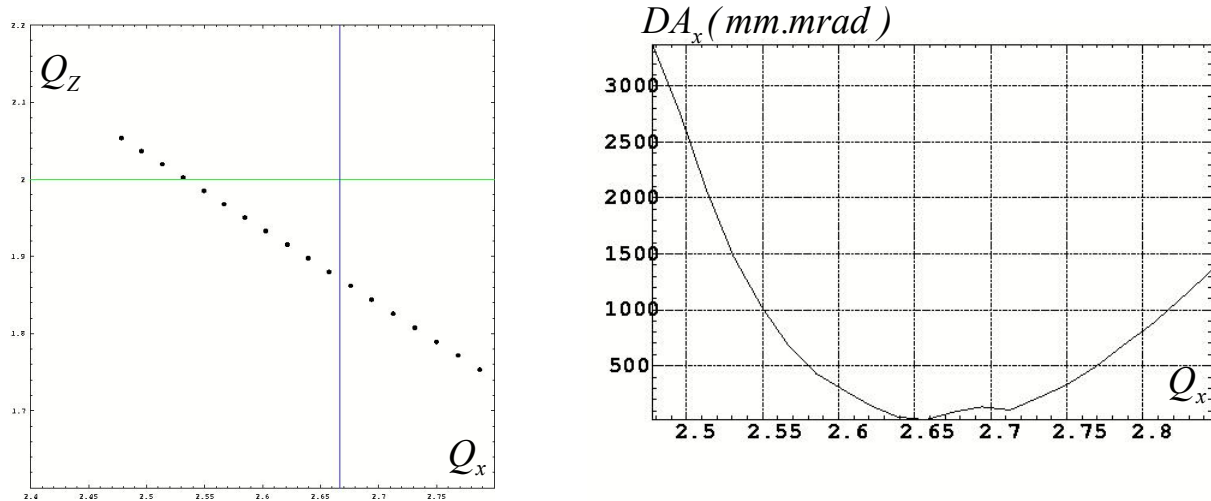


Fig. 21 : Traversée de la résonance sextupolaire $Q_x = 2 + \frac{2}{3}$.

On peut voir ci-dessus l'effet d'une traversée de résonance sextupolaire sur l'ouverture dynamique horizontale. La figure de gauche montre l'évolution des tunes pendant le balayage (k, ξ) , la figure de droite montre l'ouverture dynamique horizontale DA_x en fonction du nombre d'onde horizontal. L'ouverture dynamique s'effondre à proximité de la résonance $Q_x = 2 + \frac{2}{3}$.

Grâce à ces données, on peut tracer le diagramme de tunes en incluant les ouvertures dynamiques horizontale et verticale par un dégradé de nuances de gris. Comme on peut le voir ci-dessous, les points les plus clairs sont ceux dont l'ouverture dynamique est la plus faible, ceux les plus foncés ont les ouvertures dynamiques les plus grandes. On voit très bien que la résonance $Q_x = 2 + \frac{2}{3}$ est destructrice puisque l'acceptance horizontale s'effondre comme la figure précédente le montrait.

On peut donc choisir les points de fonctionnement dont les ouvertures dynamiques sont les plus grandes comme candidats possibles pour la conception du prototype d'aimant.

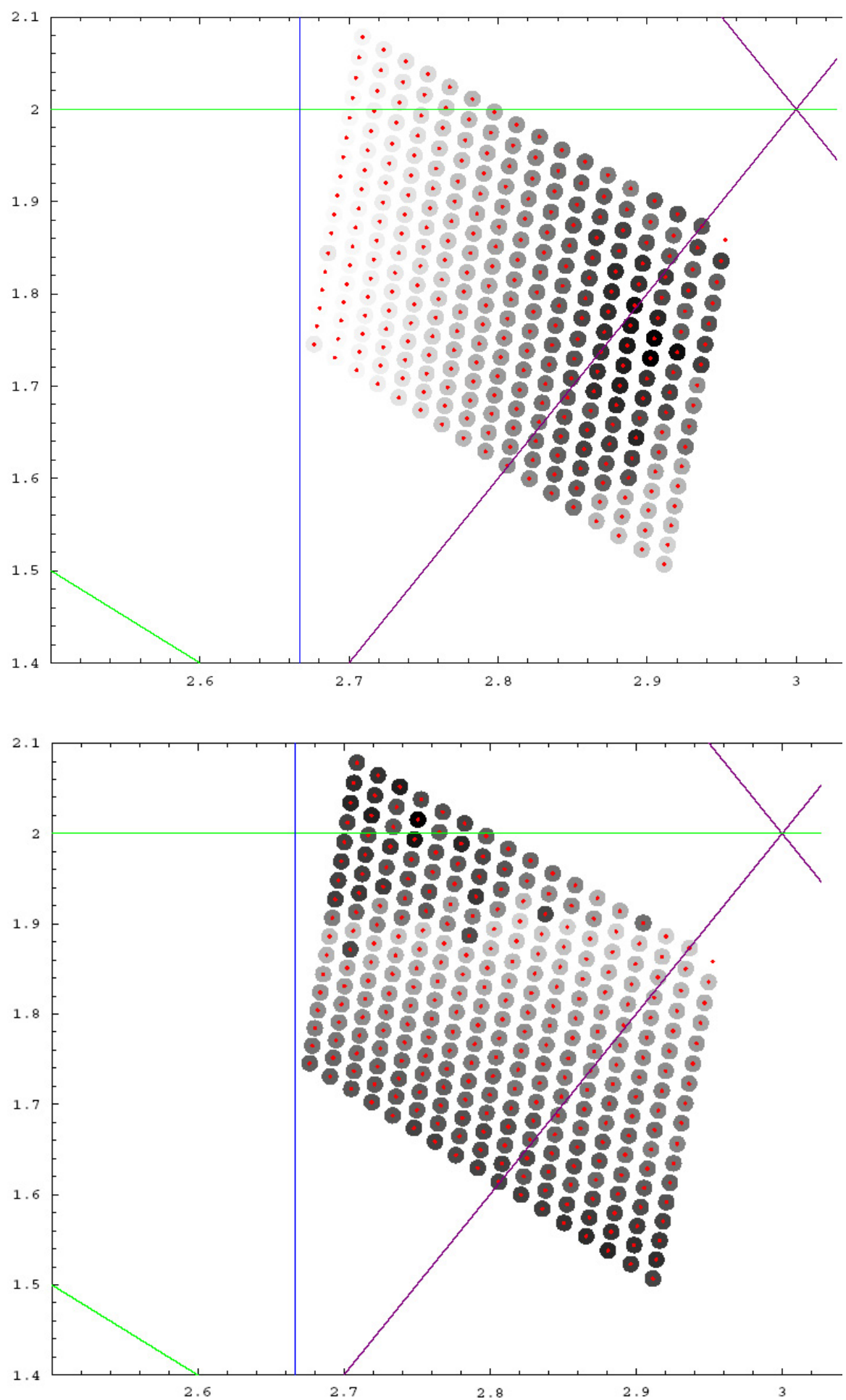


Fig. 22 : Limites de stabilité horizontale (haut) et verticale (bas) dans le diagramme de résonances.
 Bleu : sextupolaire, vert : octupolaire, violet : dodecapolaire

d) Balayage en énergie.

La même étude de recherche d'orbite fermée, de limites de stabilité pour chaque point (k, ξ) peut être faite à différentes énergies entre l'injection (17MeV) et l'extraction (180 MeV). L'étude de l'évolution des tunes avec l'énergie et l'influence de la forme du gap sur cette évolution est ainsi automatisée. On peut voir ci-dessous l'évolution des tunes horizontaux et verticaux entre 17 et 180MeV (p_{ref} étant l'impulsion du proton à 180 MeV) dans le cas d'un gap linéaire (Eq. 1.9), constant (Eq. 1.8) ou gap shaping (Eq. 1.7).

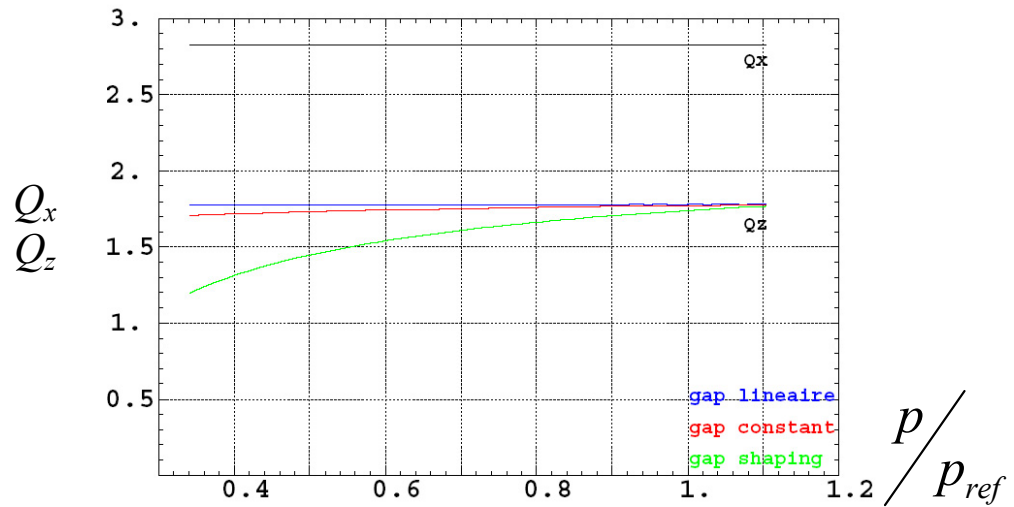


Fig.23 : Evolution des tunes avec l'énergie relative pour 3 formes de gap.

On peut également déterminer l'évolution de l'ouverture dynamique avec l'énergie ainsi que l'acceptance à l'injection, là où le faisceau est le plus gros.

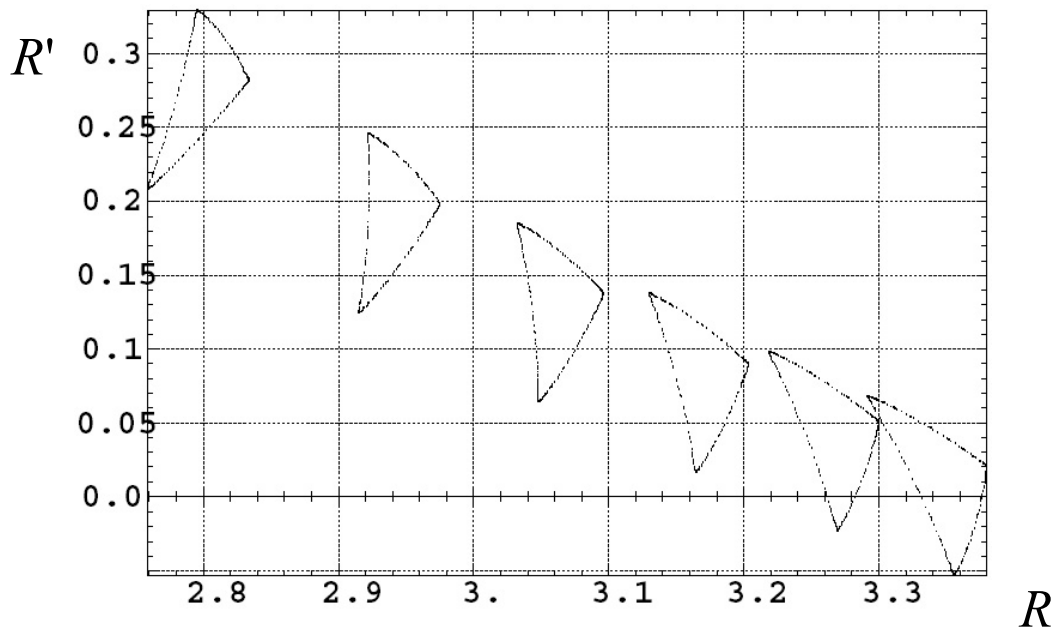


Fig. 24 : Limites de stabilité horizontale à différentes énergies (de gauche à droite : 17, 60, 90, 120, 150 et 180MeV).

Conclusion.

Le développement d'une procédure de simulation de trajectoires de particules dans un aimant FFAG spiral a été effectué avec succès. Cette procédure permet maintenant d'étudier le comportement dynamique d'une cellule FFAG spiral en déterminant les orbites fermées, les tunes et les limites de stabilité. Les simulations se font par interpolation numérique avec un maillage « flottant » ou par l'utilisation de cartes de champ 2D modélisant le champ magnétique dans le plan médian.

A partir de cette procédure de simulation, l'étude de la dynamique pour différents points de fonctionnement a été rendue possible en élaborant un programme de balayage des paramètres (k, ξ) . Cela nous autorise à présent à tracer les régions de stabilité linéaires et les diagrammes de tunes associés afin de choisir des points de fonctionnement éloignés de toute résonance destructrice. Ce programme de balayage permet aussi de déterminer les ouvertures dynamiques pour chaque (k, ξ) afin de voir les effets de tels résonances sur l'acceptance de la machine.

Ces outils sont maintenant utilisés quotidiennement dans le cadre du projet RACCAM pour rechercher les points de fonctionnement du futur prototype d'aimant que nous devons construire.

Dans le futur, ces outils seront comparés aux résultats de tracking que nous effectuerons à l'aide de cartes de champ magnétique 3D calculées avec le logiciel TOSCA. Une évolution de ces outils est envisagée afin de leur permettre d'effectuer des études d'évolution des nombres d'onde avec l'amplitude des mouvements transverses des particules (amplitude detuning), des études d'accélération de paquets de particules et des études de défauts.

Bibliographie.

- [1] The FFAG R&D and Medical Application Project RACCAM, F. Méot et al., Proceedings of EPAC 2006, Edinburgh, Scotland.
- [2] <http://www.lpsc.in2p3.fr/RACCAM>
- [3] A feasibility study of a neutrino factory in Japan, KEK Report, February 2001.
- [4] Introduction to the Non-scaling Electron Model FFAG EMMA, Rob Edgecock and the EMMA Collaboration, Nuclear Physics B, Volume 155, Issue 1, May 2006, pp 321-323, Proceedings to the 7th International Workshop on Neutrino Factories and SuperBeams.
- [5] Study of Compact Medical FFAG Accelerators, T. Misu, FFAG04 Workshop, KEK, Japan.
- [6] BeamOptics, A Program for Analytical Beam Optics, B. Autin (Ed.), C. Carli, T. D'Amico, O. Groebner, M. Martini and E. Wilner, CERN Yellow Report 98-06, 1998
- [7] Zgoubi user's guide (v4.3), F. Méot, S. Valero, Rapport DAPNIA-02-395
- [8] Zgoubi et les FFAG, F. Lemuet, F. Méot for the RACCAM Collaboration, Note LPSC 06-114
- [9] Developments in the ray-tracing code Zgoubi for multiturn tracking in FFAG rings, F. Lemuet, F. Méot, NIM A 547 (2005) pp 638-651
- [10] Spiral sector magnets, D. W. Kerst, MURA-112
- [11] Deflecting magnets, H. A. Enge, in *Focusing of charged particles*, Vol. 2, A. Septier ed., Academic Press, New-York and London (1967)
- [12] Optics and field map for a FFAG spiral, F. Martinache, Rapport Interne Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie / IN2P3 / CNRS
- [13] A First and Second Order Matrix Theory for the Design of Beam Transport Systems and Charged Particle Spectrometers, K. L. Brown, SLAC 75, Revision 3, 1972.
- [14] Application de l'analyse en fréquence à l'étude de la dynamique des sources de lumière, L. Nadolski, DSM/DAPNIA-SOLEIL, Thèse de Doctrat, Juillet 2001.